

## 4.2. Дифференциальные уравнения термодинамики в частных производных

При анализе термодинамических систем нас часто интересуют не столько сами значения каких –либо свойств, сколько характер взаимосвязи различных свойств между собой. Особенно часто такая задача встает при исследовании и описании термодинамических свойств реальных веществ, когда знание таких закономерностей позволяет проанализировать согласованность данных о разнородных свойствах, рассчитать какие –либо свойства на основе данных о других свойствах.

Взаимосвязь различных термодинамических свойств веществ выражается через дифференциальные уравнения в частных производных, часто называемые дифференциальными уравнениями термодинамики. Они получаются в результате математических операций над характеристическими функциями. Число таких уравнений очень велико. Здесь будут приведены лишь наиболее часто применяемые соотношения.

Первую группу уравнений можно получить, применяя правило (1.3) для функций состояния попарно к уравнениям (4.5), (4.6) и (4.12), (4.13).

$$(\partial S/\partial V)_T = (\partial p/\partial T)_V \quad (4.18)$$

$$(\partial S/\partial p)_T = -(\partial V/\partial T)_p \quad (4.19)$$

Эти соотношения, устанавливающие зависимость энтропии от термических свойств, называются *уравнениями Максвелла*.

Далее можно получить группу уравнений для переменных температура и объем, дифференцируя уравнения (4.7) –(4.9)

$$(\partial U/\partial V)_T = (\partial p/\partial T)_V - p \quad (4.20)$$

$$(\partial H/\partial V)_T = T(\partial p/\partial T)_V + V(\partial p/\partial V)_T \quad (4.21)$$

$$(\partial C_v/\partial V)_T = T(\partial^2 p/\partial T^2)_V \quad (4.22)$$

Наконец, для переменных температура и давление получим группу соотношений, дифференцируя уравнения (4.14) –(4.16)

$$(\partial H/\partial p)_T = V - T(\partial V/\partial T)_p \quad (4.23)$$

$$(\partial U/\partial p)_T = -T(\partial V/\partial T)_p - p(\partial V/\partial p)_T \quad (4.24)$$

$$(\partial C_p/\partial p)_T = -T(\partial^2 V/\partial T^2)_p \quad (4.25)$$

Приведенные в данном разделе дифференциальные уравнения выражают зависимость калорических свойств от термических параметров и характеризуют отличие реального газа от идеального, для которого все эти зависимости не существуют.