

$pV = T,$ или КАК ЖИТЬ БЕЗ КЕЛЬВИНОВ?

Доктор технических наук В.Ф. ОЧКОВ,
кандидат технических наук К.А. ОРЛОВ
(НИУ “МЭИ”)

DOI: 10.7868/50233361922040061

Ну хорошо, электричество и теплота одно и то же, но возможно ли в уравнении для решения вопроса поставить одну величину вместо другой? Нет. Ну так что же? Связь между всеми силами природы и так чувствуется инстинктом...

Лев Толстой “Анна Каренина”

Внимание! **Три важных предупреждения!**

1. Эта статья не о температуре как о физической величине, а о технологии работы с температурой в среде современных физико-математических компьютерных пакетов. Вернее так. Эта статья в первую очередь затрагивает вопросы компьютерной работы с физическими величинами, а во вторую очередь – вопросы физики, системы физических величин и многого другого.

2. Статью, скорее всего не поймут и не оценят те, кто никогда не проводил расчёты с использованием единиц измерения в средах современных компьютерных физико-математических пакетов типа *Mathcad*, *Maple*, *Mathematica*, *SMath* и др. Более того, такие люди посчитают, что авторы ни-

чего не понимают в физике, в частности в физической сущности температуры и лезут “со своим свиным рылом в калашный ряд”.

3. Статья не призывает кардинально что-то менять в технологии ведения термодинамических расчётов. Она призывает взглянуть на них критически и эту критику учесть при совершенствовании инструментария работы на компьютере с физическими величинами.

Название статьи вдвойне необычно. Во-первых, её первое название состоит только из предельно короткой формулы и без какого-либо поясняющего текста, а во-вторых, это равенство (*уравнение состояния идеального газа* – уравнение Клапейрона–Менделеева) приведено без традиционной буквы *R* (без универсальной газовой постоянной).

Или Менделеева–Клапейрона. Авторство этой основной формулы классической термодинамики окончательно не установлено. Во многих странах Запада тут Менделеева вовсе не упоминают. Такая же примерно история случилась и с периодической таблицей химических элементов, именно только в России (таблица Менделеева), которая по легенде приснилась Менделееву. Говорят, что эта таблица сначала приснилась Пушкину, но он в ней ничего не понял. Нечто подобное случилось и с данной статьёй. Авторы сначала показали её одному "авторитетному физики", но он в ней ничего не понял. Более того, он сказал, что это сплошная чушь и рекомендовал статью больше никому не показывать. Тогда авторы показали статью другому "авторитетному физики", и он в ней всё понял и высоко её оценил. Правда, сказал при этом, что никакой "серьёзный" (академический) журнал её не напечатает.

До Менделеева (1834–1907) уравнение идеального газа было своё, индивидуальное для каждого конкретного газа. Менделеев объединил их, запрятав в уравнении молярную массу газа. Немцы в вопросе об уравнении идеального газа вспоминают своего Клаузиуса (Rudolf Julius Emanuel

Clausius, 1822–1888). В этом деле много конъюнктуры, политики и ложного патриотизма.

"Предшественниками" закона идеального газа были законы Гей-Люссака и Бойля–Мариотта. Учительница физики одного из авторов статьи не уставала повторять: "Дети, запомните! Гей-Люссак (Joseph Louis Gay-Lussac, 1778–1850) – это один человек, а Бойль–Мариотт – это два отдельных человека (Robert Boyle, 1627–1691 и Edme Mariotte, 1620–1684) (Вспоминается "открытие" времен перестройки и гласности, когда стало возможным шутить про "классиков": "Оказывается, что Карл-Маркс и Фридрих-Энгельс – это не муж и жена, а четыре разных человека!").

Было предложение присвоить имя Дмитрия Ивановича Менделеева составной единице удельной энтропии и теплоёмкости $J/(K mol)$ и дать ей краткое обозначение Md (Мд по-русски). Но оно не прошло. Сказалась тут и давняя болезнь Запада под названием русофобия, которая временами находится в стадии ремиссии, а временами (как, увы, сейчас) предельно обостряется. Правда, на Западе эту болезнь называют по-другому и считают, что ею болеет не Запад, а Россия. А истина, как всегда, находится где-то посередине.

Закон Ньютона и закон идеального газа

Представьте себе, что вы открываете учебник физики и видите в нем такую формулу $ma = kF$ с пояснением, что это математическая запись второго закона Ньютона, где m – это масса (**mass**), a – ускорение (**acceleration**), F – сила (**Force**) и k – универсальная силовая постоянная. Вы, конечно, удивились бы и сказали, что в этой формуле

не должно быть никакой буквы k . Но вам бы возразили в том плане, что постоянная k служит для перевода силы, выраженной в килограммах-силы, в ньютоны. И пояснили бы, что люди уже давно привыкли выражать силу (вес, например) в килограммах-силы (kgf), а не в каких-то там непонятных ньютонах (N). Потому-то в этой формуле и стоит величина k , которая называется универсальной силовой постоянной (*a force constant*).

В школьные годы первый автор статьи с друзьями прикалывались в магазине: просили отвесить один ньютон колбасы. Ведь вес, как учили нас в школе на уроках физики, это сила, а силу отмеряют ньютонами, а не граммами или килограммами, как массу.

Силу можно выражать и в других расхожих единицах – в динах, в фунтах-силы и проч. Но их все нужно сначала перевести в килограммы-силы, а уже потом вставлять полученную величину в формулу $ma = kF$, помня при этом, что k равно 9.80665 и эта константа непрерывно уточняется.

Но если мы откроем учебник по классической термодинамике – одного из разделов физики, то мы наяву увидим подобную “обременённую” константой формулу $pV = RT$ с пояснением, что p – это давление (*pressure*), V – удельный молярный объём (*volume*), T – температура (*temperature*), а R – универсальная газовая постоянная, служащая для перевода килограммов-силы, пардон, градусов Кельвина, ещё раз пардон, кельвинов в... правильные единицы температуры. В какие? Читаем статью дальше. Часто в этой формуле можно увидеть и ещё одну переменную n с пояснением, что это молярная масса идеального газа. Разнобой там ещё тот! Почему так? Это отдельная побочная тема статьи.

Накачиваем колесо велосипеда

Давайте для объяснения такого необычного названия статьи мы пока не будем вдаваться в физическую суть понятия температуры, а решим с помощью компьютера несложную задачу из области термодинамики идеальных газов.

Задача. Нужно накачать колесо велосипеда.

Первый автор статьи – заядлый велосипедист. Вот неполный перечень городов вне России, где он катался на собственном или арендованном велосипеде: Нью-Йорк, Бостон, Денвер, Боулдер (США), Амстердам, Арнем (Нидерланды), Берлин, Мюнхен, Дрезден, Нюрнберг, Фрайбург, Штутгарт, Циттау, Эрланген (Германия), Сиань (Китай), Лондон (Англия), Паланга (Литва), Прага, Пльзень, Ческе-Будеёвице (Чехия), Братислава (Словакия), Вена, Линц, Зальцбург (Австрия), Базель, Люцерн (Швейцария), Стокгольм (Швеция)...

Спрашивается, сколько качков поршневым насосом нужно сделать, чтобы поднять давление в шине от одной до пяти атмосфер. На рис. 1 дана схема задачи, а на рис. 2 её решение в среде модернизированной авторами

Рис. 1.

Схема задачи о накачке колеса велосипеда.



$$r := 50 \text{ cm}$$

$$R := 55 \text{ cm}$$

$$V_0 := \frac{1}{4} \pi^2 \times (R+r) \times (R-r)^2 = 6.447 \text{ L}$$

$$p_0 := 1 \text{ atm} = (1.013 \times 10^5) \text{ Pa}$$

$$T_0 := 18 \text{ }^\circ\text{C} = 2420 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

$$x_0 := p_0 \times \frac{V_0}{x_0} = T_0 \xrightarrow{\text{solve, } x_0} 271 \text{ mmol}$$

Количество воздуха в камере велосипеда при давлении p_0

$$H := 40 \text{ cm}$$

$$d := 3 \text{ cm}$$

$$V_{\text{pump}} := \pi \times \frac{d^2}{4} \times H = 283 \text{ mL}$$

$$x_{\text{pump}} := p_0 \times \frac{V_{\text{pump}}}{x_{\text{pump}}} = T_0 \xrightarrow{\text{solve, } x_{\text{pump}}} 11.83 \text{ mmol}$$

Количество воздуха, подаваемое в камеру за каждый качок насоса

$$\Delta T := 10 \text{ }^\circ\text{C} = 83.1 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

Нагрев воздуха в камере велосипеда

$$n := 88$$

$$p_n \times \frac{p_n V_0}{x_0 + n \times x_{\text{pump}}} = T_0 + \Delta T \xrightarrow{\text{solve, } p_n} 5.008 \text{ atm}$$

Рис. 2.
Расчёт процесса накачивания колеса велосипеда.

(подчёркиваем!) программы *Mathcad*. В задаче три допущения:

1. Камера велосипеда – тор. Она не меняет своего объёма при накачивании, так как покрышка достаточно жёсткая – процесс в камере изохорный.

2. Температура воздуха в камере меняется незначительно. Воздух за счёт теплообмена с окружающей средой успевает при каждом качке насоса охладиться до температуры окружающей среды (процесс почти изотермический). Поэтому необходимо накачивать колесо велосипеда медленно, плавно. Плавность накачивания позволяет не принимать во внимание и возможное дросселирование воздуха в ниппеле колеса.

Сразу вспоминается “Соло на ундервуде” Сергея Довлатова: «У одного знаменитого режиссёра был инфаркт. Слегка оправившись, режиссёр вновь начал ухаживать за молодыми женщинами. Одна из них деликатно спросила: “Разве вам ЭТО можно?” Режиссёр ответил: “Можно... Но плавно...”» Если б это был не режиссёр, а физик (знаменитый Лев Ландау, например, – ещё тот ловелас!), он сказал бы так: “Можно. Но плавно, изотермически...” Сейчас такое поведение на английский манер называется харасментом. В “Мастере и Маргарите” Булгакова Фагот жаловался Воланду на директора варьете Степу Лиходеева: “...вообще они в последнее время жутко свинячат. Пьянствуют, вступают в связи с женщинами, используя своё положение”.

3. Нет утечки воздуха из насоса.

На рис. 2 показан протокол решения задачи методом последовательных приближений, методом “научного тыка”. Задаётся число качков насоса n , которое корректируется в зависимости от рассчитанного значения давления в шине p_n .

В начале расчёта задаются геометрические размеры шины велосипеда и велосипедного насоса. Шина, как уже сказано, – это тор с малым радиусом r и большим радиусом R , а насос – цилиндр с диаметром d и с высотой H (ход поршня насоса). Введённые значения r , R , d и H позволяют рассчитать объёмы этих геометрических тел (6.477 литра и 283 миллилитра¹).

Сразу подчеркнём особо: пакет *Mathcad* работает с единицами физических величин, что делает расчёты комфортными, исключает пересчёты и многие возможные ошибки в них, позволяет навскидку подбирать правильные формулы для расчётов. А автоматическая работа с единицами физических величин, в частности с температурой, – это главная тема статьи!

Далее в расчёт вводятся давление p_0 и температура T_0 окружающей среды, откуда забирается воздух. Давление вводится в атмосферах физических (1 atm = 760 мм ртутного столба), которые сразу переводятся в паскали (основная единица давления в SI, на неё по умолчанию ориентирован пакет *Mathcad*).

А вот работа с температурой (“гвоздь” программы, пардон, статьи) проводится по-новому. Введённое значение пере-

менной T_0 (18 градусов по шкале Цельсия) сначала переводится на шкалу Кельвина (абсолютная термодинамическая температура $18 + 273.15 = 291.15$ – это делает и обычный *Mathcad*), а затем эту величину авторский *Mathcad* умножает на уже упомянутую универсальную газовую постоянную $R = 8.314 \text{ J/mol/K}$. Результат (примерно 2420 J/mol) и выводится на печать по умолчанию, но пользователь вправе заменить эту авторскую экзотическую единицу температуры на более привычные кельвины, градусы Ренкина, градусы Фаренгейта...

Человек, упомянутый в пункте 2 Предупреждений, тут сразу огульно обвинит авторов если не в безграмотности, так в некой грубой термодинамической неаккуратности. Он скажет, что если температура вводится в градусах Цельсия (относительная шкала), то обязательно нужно использовать строчную букву t , а если в кельвинах (абсолютная шкала), то необходимо работать с прописной буквой T . Эмоциональный преподаватель в такой ситуации выгонит студента с семинарских занятий по термодинамике. Да ещё будет вослед ему топтать ногами и улюлюкать! Авторы тут спрашивают таких преподавателей, а почему они не используют строчную букву p , когда вводят избыточное давление в атмосферах, и прописную букву P для абсолютного давления в паскалях?

Универсальная газовая постоянная R потеряла свой статус физической константы и переместилась из уравнения состояния идеального газа в инструментарий ввода в компьютерный (подчёркиваем) расчёт температуры. Теперь R не физическая константа, а просто рядовой перевод-

¹ Округление выполняется при выводе ответа на печать с ручной заменой единиц физических величин. В недрах же компьютера эти значения хранятся в метрах кубических (основная единица объёма в SI, на которую по умолчанию ориентирован пакет *Mathcad*) и с максимальной точностью в 15 значащих цифр.

ной коэффициент работы с единицами температуры. Но это не только некий чисто компьютерный приём – это восстановление физической справедливости, если так можно выразиться. Мы это обсудим ниже.

В расчёте на рис. 2 мало комментариев: их роль заодно выполняют единицы измерения. Вкупе с именами переменных.

После ввода исходных данных рассчитывается начальное количество воздуха в камере велосипедного колеса x_0 в молях². Далее предполагается, что температура воздуха в процессе его сжатия повысится на десять градусов Цельсия (на десять кельвинов). Величина ΔT выводится для контроля на печать с правильной единицей температуры – джоуль, делённый на моль. После этого через авторское уравнение идеального газа ($pV = T$, а не $pV = RT$) рассчитывается давление в камере колеса велосипеда после 88 качков насоса: температура по нашему допущению повысилась на десять градусов Цельсия³, но объём камеры велосипеда не изменился –

изменился удельный молярный объём, объём, делённый на количество воздуха (в молях – см. сноску 2).

И нигде в протоколе расчёта не видно величины R – универсальной газовой постоянной. Вскользь отметим, что это и ускоряет расчёты – величина R незаметно используется только один раз при вводе значения температуры для перевода кельвинов в джоули, делённые на моль.

Отметим и такой нюанс – переменная R у нас освободилась для хранения радиуса колеса велосипеда⁴. И повторяем ещё раз, никакой универсальной газовой постоянной в расчёте нет! Этой постоянной, слава богу, не присвоили имя какого-либо выдающегося учёного (вспомним постоянную Больцмана, постоянную Планка, число Авогадро и др.). Поэтому её безболезненно можно перевести из ранга физических констант в ранг ординарного переводного коэффициента единиц температуры. Никто не будет обижен!⁵

(Продолжение следует)

² Мы никогда не говорим так: масса чего-то там в килограммах, а просто говорим: масса. Но в случае с количеством вещества приходится уточнять, что данная величина задаётся именно в молях. Иначе выражение “количество воздуха” можно неверно трактовать как масса воздуха или его объём.

³ В среде Mathcad есть не совсем обычная единица температуры $\Delta^\circ\text{C}$, численно равная кельвину. Это сделано специально для тех, кто по старинке измеряет разность температур градусами Цельсия. Есть и вторая такая странная единица температуры $\Delta^\circ\text{F}$, численно равная градусу Ренкина.

⁴ В среде Mathcad Prime (современная версия Mathcad) стало возможным иметь в расчётах одноимённые разные переменные, отличающиеся друг от друга стилем. Так, переменная R зарезервирована для хранения и универсальной газовой постоянной, и градусов Ренкина. Внешне они по умолчанию отличаются цветом – константа зелёная, а единица физической величины – синяя.

⁵ Научный вариант данной статьи опубликован в журнале “Законодательная и прикладная метрология”. 2022. № 2.